

ΑΠΕΙΡ. ΛΟΓΙΣΜΟΣ 3

30/9

(1)

Το είναι ο Απειροστικός Λογισμός 3 και 4; Με τι ασχολείται;
 ΜΕ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΩΝ (ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΩΝ Η' ΚΑΙ ΕΞΑΡΤΗΜΕΝΩΝ)
 ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ

Εφαρμογές: Διαφορική Γεωμετρία
 Κλασική Μηχανική
 Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις
 Φυσικές Επιστήμες / Τεχνολογία

Συναρτήσεις πολλών (ανεξ ή εξαρτ.) μεταβλητών

Ανά τις χαρακτηριστικές περιπτώσεις

(α) $f: u \rightarrow \mathbb{R}$ $f \in u \subset \mathbb{R}^2$ πραγμ. συνάρτηση δύο ανεξαρτ.
 πραγματικών μεταβλητών

$$f(x, y) = z \in \mathbb{R} \quad \forall (x, y) \in u$$

Παράδειγμα: $f(x, y) = x^2 + y^2 \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$

η $y=0$: $f(x, 0) = x^2$

Το σύνολο $u (= \mathbb{R}^2)$ στο παράδειγμα $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = x^2 + y^2$

λέγεται πεδίο ορισμού της $f: u \rightarrow \mathbb{R}$, $u \subset \mathbb{R}^2$ (γενική περίπτωση

συνάρτησης n ανεξαρτητών
 μεταβλητών
 εδώ: $n=2$)

το $f(u) \subset \mathbb{R}$ η εικόνα της f

(ή η εικόνα του u κάτω από την f)

και $z \in \mathbb{R}$ ($z \in f(u)$) το πεδίο τιμών της f (αφού $f(u) \subset \mathbb{R}$)

εδώ: η f λέγεται πραγματική και αφού $u \subset \mathbb{R}^2$ δύο μεταβλητών)

Το $\Gamma_f = \left\{ \underbrace{\begin{matrix} x \\ y \\ f(x, y) \end{matrix}}_{\in \mathbb{R}^3} : (x, y) \in u \right\} \subset \mathbb{R}^3$ είναι το γράφημα
 της f (και είναι μία επιφάνεια στον \mathbb{R}^3)

το σύνολο $L_f(c) = \{(x, y) \in u : f(x, y) = c\}$, $c \in \mathbb{R}$ λέγεται
 σύνολο σταθμής c της f